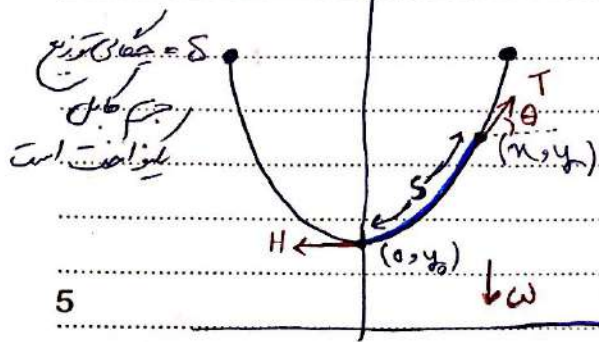


SUBJECT:  
DATA:  
NUMBER:

۱۴۲، ۱  
بخش ۱ (اجزای)  
بخش ۹  
بخش ۱۰ (اجزای) « معادلات »



مثال: کابل آویزان

$$\begin{cases} H = T \cos \theta \\ \omega = T \sin \theta \end{cases}$$

5

$$\tan \theta = \frac{\omega}{H} \quad (I)$$

$$\omega = \delta \cdot s \quad (II)$$

$$\text{I, II} \rightarrow \tan \theta = \left(\frac{\delta}{H}\right) \cdot s$$

تفاضل

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{\delta}{H}\right) \cdot s$$

$$s(x) = \int_0^x \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + (y')^2}$$

$$15 \rightarrow y'' = \left(\frac{\delta}{H}\right) \sqrt{1 + (y')^2}$$

$$z = y' \rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{\delta}{H} \sqrt{1+z^2} \rightarrow \frac{dz}{\sqrt{1+z^2}} = \left(\frac{\delta}{H}\right) dx$$

20

$$\int \frac{dz}{\sqrt{1+z^2}} = \frac{\delta}{H} \int dx \rightarrow \sinh^{-1} z = \frac{\delta}{H} x + C$$

$$\sinh^{-1} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$z = \sinh \left( \frac{\delta}{H} x + C \right)$$

25  $\sinh^{-1} x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$(\sinh^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$y' = \int \sinh \left( \frac{\delta}{H} x + C \right) dx = \frac{H}{\delta} \cosh \left( \frac{\delta}{H} x + C \right) + C_1$$

$$C = C_1 = 0 \rightarrow y(0) = \frac{H}{\delta}$$

$$y(0) = \frac{H}{\delta}$$

SHAHAB

SUBJECT: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_

NUMBER: \_\_\_\_\_

فصل 1 :

•  $y'(t) = a(t) \rightarrow y(t) = \int a(t) dt$  18

5 •  $y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$  : معادله تفاضلی خطی

$a(t)$  و  $b(t)$  دو تابع پیوسته هستند روی یک فاصله.

$y' + a(t)y = 0$  (حالت خاص)  $b(t) = 0$   
 معادله خطی همگن

10

روش استنتاج به کمک ضرایب جواب معادله همگن است

فرض کنید روی فاصله ای  $y$  در آن  $a$  همگنی شود (در روی این فاصله  $a$  تعریف شده و پیوسته است).

15

$y' = -a(t)y \rightarrow \frac{y'}{y} = -a(t) \rightarrow \frac{dy}{y} = -a(t) dt$

$\int \frac{dy}{y} = - \int a(t) dt \rightarrow \ln|y(t)| = - \int a(t) dt + C_1$

20

$|y(t)| = \frac{C_1}{C} e^{-\int a(t) dt} \rightarrow y(t) = \pm C e^{-\int a(t) dt}$   
 یا همیشه  $(+)$  یا همیشه  $(-)$

خاصیت مقدار مابین  $\rightarrow y(t) = C e^{-\int a(t) dt}$   $C \in \mathbb{R}$   
 تمام پیوسته

25

SUBJECT:

DATA:

NUMBER:

مثال:  $y(0)=1, y'+ty=0$

$$y(t) = ce^{-\int t dt} = ce^{-t^2}$$

$$1 = y(0) = ce^0 = c \Rightarrow y = e^{-t^2}$$

5

مثال:  $y(1)=2, y'+e^t y=0$

$$y' = -e^t y \rightarrow \frac{y'}{y} = -e^t$$

10  $\int_1^t \frac{y'}{y} dt = -\int_1^t e^t dt$

$$\ln y(t) - \ln y(1) = -\int_1^t e^t dt$$

$$\ln y(t) = \ln 2 - \int_1^t e^t dt \rightarrow y(t) = 2e^{-\int_1^t e^t dt} = 2e^{-\int_1^t e^u du}$$

15

\* (مؤثری مرتبه اول) خطی یا غیر خطی:

$$y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$$

a, b روی t به صورت تابعی و y متغیر است

20

فرض کنید  $\mu(t)$  ضریب عامل انتگرال

$$\mu(t)y'(t) + a\mu(t)y = b\mu$$

$$(\mu(t)y(t))'$$

25

$$\mu' = a\mu$$

SUBJECT: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_

NUMBER: \_\_\_\_\_

این معادله را حل کنید

$$\rightarrow \mu(t) = e^{\int a(t) dt}$$

5

$$(\mu y)' = b\mu \rightarrow \mu y = \int b(t)\mu(t) dt + C$$

$$y(t) = \frac{1}{\mu(t)} \left( \int b(t)\mu(t) dt + C \right)$$

10

$$y' + \frac{r}{t} y = Et \quad \text{مثال}$$

$$\mu(t) = e^{\int \frac{r}{t} dt} = e^{r \ln t} = e^{\ln t^r} = t^r$$

$$t^r y' + r t^{r-1} y = E t^r \quad (t^r y)' = E t^r$$

15

$$t^r y = \int E t^r dt + C = t^{r+1} + C$$

$$\rightarrow y = t + \frac{C}{t^r}$$

شرط اولیه  $y(1) = 2$  را در نظر بگیرید

20

$$2 = y(1) = 1 + \frac{C}{1} \rightarrow \boxed{C=1} \rightarrow y(t) = t + \frac{1}{t^r}$$

25

SHAHAB